

Dorin Lint

Maranda Lint

Sorin Doru Noaghi

# Mathematik

# 6

Lehrbuch für die 6. Klasse

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>WIEDERHOLUNG UND ERSTBEWERTUNG</b> .....	7
I. WIEDERHOLUNGAUFGABEN .....	7
II. ERSTBEWERTUNGSTESTS .....	9
TEST 1 .....	9
TEST 2 .....	9
<b>1. MENGEN. DIE MENGE DER NATÜRLICHEN ZAHLEN</b> .....	11
1.1 Mengen. Beziehungen zwischen Mengen .....	11
L1 Mengen Die Menge der natürlichen Zahlen .....	11
L2 Beziehungen zwischen Mengen .....	15
1.2 Operationen mit Mengen .....	18
L1 Die Vereinigung zweier Mengen. Der Durchschnitt zweier Mengen. Die Differenz zweier Mengen .....	18
L2 Anwendungen: Operationen mit Mengen .....	20
1.3 Teilbarkeit in der Menge der natürlichen Zahlen .....	23
L1 Wiederholung und Ergänzungen .....	23
L2 Zerlegung der natürlichen Zahlen in Produkte von Primfaktoren ..	26
L3 Bestimmen des größten gemeinsamen Teilers. Teilerfremde Zahlen	28
L4 Bestimmen des kleinsten gemeinsamen Vielfachen .....	31
L5 Eigenschaften der Teilbarkeit in $\mathbb{N}$ .....	34
<b>ABSCHLIEßENDE BEWERTUNG</b> .....	36
<b>2. VERHÄLTNISSSE. VERHÄLTNISSGLEICHUNGEN</b> .....	37
2.1. Verhältnisse. Verhältnisgleichungen. Die Dreisatzregel .....	37
L1 Verhältnisse .....	37
L2 Verhältnisgleichungen (Proportionen) .....	40
L3 Verhältnisreihe .....	44
L4 Direkt proportionale Größen. Umgekehrt proportionale Größen ..	46
L5 Die Dreisatzregel .....	49
L6 Prozente. Verhältnisse im Alltag .....	52
2.2 Elemente der Datenverarbeitung .....	56
L1 Grafische Darstellung von Daten unter Beachtung der Proportionalität. Darstellung von Daten mithilfe mathematischer Software .....	56
L2 Wahrscheinlichkeitsrechnungen .....	60
<b>ABSCHLIEßENDE BEWERTUNG</b> .....	63
<b>3. DIE MENGE DER GANZEN ZAHLEN</b> .....	64
3.1 Die Menge der ganzen Zahlen. Darstellung auf der Zahlenachse. Vergleichen und Ordnen .....	64
L1 Die Menge der ganzen Zahlen. Darstellung der ganzen Zahlen auf der Zahlenachse .....	64
L2 Der Betrag einer ganzen Zahl. Vergleichen und Ordnen ganzer Zahlen .....	66
3.2 Operationen mit ganzen Zahlen .....	70
L1 Addition und Subtraktion ganzer Zahlen. Eigenschaften .....	70
L2 Multiplikation ganzer Zahlen. Eigenschaften .....	73
L3 Division ganzer Zahlen, wenn der Dividend ein Vielfaches des Teilers ist .....	76
L4 Potenz einer ganzen Zahl mit natürlichem Exponenten. Rechenregeln mit Potenzen .....	79
L5 Additionen und Subtraktionen unter Verwendung der Eigenschaften der Operationen in $\mathbb{Z}$ .....	81
L6 Reihenfolge der Rechenoperationen und Verwendung von Klammern .....	83
3.3 Gleichungen, Ungleichungen. Aufgaben, die mithilfe von Gleichungen/Ungleichungen in $\mathbb{Z}$ gelöst werden .....	85
L1 Gleichungen in der Menge der ganzen Zahlen .....	85
L2 Ungleichungen in der Menge der ganzen Zahlen .....	88
L3 Aufgaben, die mithilfe von Gleichungen/Ungleichungen im Kontext der ganzen Zahlen gelöst werden 91 .....	91
<b>ABSCHLIEßENDE BEWERTUNG</b> .....	93
<b>4. DIE MENGE DER RATIONALEN ZAHLEN</b> .....	94
4.1 Rationale Zahl. Die Menge der rationalen Zahlen .....	94
L1 Rationale Zahl .....	94
L2 Darstellung der rationalen Zahlen auf der Zahlenachse. Der Betrag einer rationalen Zahl .....	98
L3 Vergleichen und Ordnen rationaler Zahlen .....	101
4.2 Operationen mit rationalen Zahlen .....	104
L1 Addition rationaler Zahlen. Subtraktion rationaler Zahlen .....	104
L2 Multiplikation rationaler Zahlen. Division rationaler Zahlen .....	106
L3 Potenz einer rationalen Zahl mit von null verschiedenem ganzen Exponenten. Rechenregeln mit Potenzen .....	110
L4 Reihenfolge der Rechenoperationen und Verwendung von Klammern .....	113
4.3 Gleichungen der Form $x + a = b$ ; $x \cdot a = b$ ; $x : a = b$ , ( $a \neq 0$ ); $a \cdot x + b = c$ , und $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Aufgaben, die mithilfe von Gleichungen gelöst werden .....	116
L1 Gleichungen der Form $x + a = b$ ; $x \cdot a = b$ ; $x : a = b$ , ( $a \neq 0$ ); $a \cdot x + b = c$ , wobei $a, b, c \in \mathbb{Q}$ .....	116
L2 Aufgaben, die mithilfe von Gleichungen gelöst werden .....	119
<b>ABSCHLIEßENDE BEWERTUNG</b> .....	122
<b>5. GRUNDBEGRIFFE DER GEOMETRIE</b> .....	123
5.1 Winkel in der Ebene .....	123
L1 Wiederholung und Ergänzungen .....	123
L2 Supplementwinkel. Komplementwinkel .....	126
L3 Scheitelwinkel. Winkel um einen Punkt .....	129
L4 Anliegende Winkel .....	133
5.2 Parallele Geraden .....	138
L1 Parallele Geraden. Das Parallelenaxiom .....	138
L2 Winkel, die von zwei verschiedenen Geraden und einer Sekante gebildet werden .....	141
L3 Winkel, die von zwei parallelen Geraden und einer Sekante gebildet werden. Parallelitätskriterien .....	143
L4 Praktische Anwendungen bei Vielecken und geometrischen Körpern .....	147
5.3 Senkrechte Geraden in der Ebene .....	151
L1 Senkrechte Geraden in der Ebene. Der Abstand eines Punktes zu einer Geraden .....	151
L2 Die Mittelsenkrechte einer Strecke .....	156
L3 Symmetrie in Bezug auf eine Gerade .....	159
5.4 Der Kreis .....	162
L1 Der Kreis. Elemente eines Kreises .....	162
L2 Mittelpunktswinkel. Maß des Mittelpunktswinkels .....	165
L3 Lage einer Geraden in Bezug auf einen Kreis. Gegenseitige Lage zweier Kreise zueinander .....	168
<b>ABSCHLIEßENDE BEWERTUNG</b> .....	172
<b>6. DAS DREIECK</b> .....	173
6.1 Das Dreieck. Die Konstruktion eines Dreiecks .....	173
L1 Das Dreieck. Einteilung. Umfang .....	173
L2 Die Summe der Winkelmaße eines Dreiecks. Außenwinkel eines Dreiecks .....	176
L3 Konstruktion von Dreiecken .....	179
6.2 Wichtige Linien im Dreieck .....	183
L1 Die Winkelhalbierenden der Winkel eines Dreiecks. Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden .....	184
L2 Die Mittelsenkrechten der Seiten eines Dreiecks. Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten .....	185
L3 Die Höhen eines Dreiecks. Der Schnittpunkt der Höhen .....	188
L4 Die Seitenhalbierenden eines Dreiecks. Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden .....	191
6.3 Kongruenz der Dreiecke .....	193
L1 Kongruenz beliebiger Dreiecke .....	193
L2 Kongruenzkriterien für beliebige Dreiecke .....	196
L3 Kongruenzkriterien für rechtwinklige Dreiecke .....	200
L4 Die Methode der kongruenten Dreiecke .....	203
6.4 Methode der kongruenten Dreiecke. Anwendungen .....	206
L1 Die Eigenschaft der Punkte der Winkelhalbierenden eines Winkels. Die Eigenschaft der Punkte der Mittelsenkrechten einer Strecke ..	206
L2 Eigenschaften des gleichschenkligen Dreiecks .....	209
L3 Eigenschaften des gleichseitigen Dreiecks .....	211
L4 Eigenschaften des rechtwinkligen Dreiecks. Lehrsatz von Pythagoras .....	214
<b>ABSCHLIEßENDE BEWERTUNG</b> .....	218
<b>JAHRESWIEDERHOLUNG UND ABSCHLIEßENDE BEWERTUNG</b> .....	219
<b>WIEDERHOLUNGS-AUFGABEN</b> .....	219
<b>ABSCHLIEßENDE BEWERTUNGSTESTS</b> .....	221
TEST 1 .....	221
TEST 2 .....	222
<b>HINWEISE UND LÖSUNGEN</b> .....	223

# VORSTELLUNG DES LEHRBUCHS

- Das Mathematiklehrbuch für die 6. Klasse umfasst sechs Kapitel mit insgesamt 16 Lerneinheiten, die die im Lehrplan vorgesehenen Bereiche und Inhalte abdecken. Die Lerneinheiten sind in Lektionen unterteilt, die in jeweils 1–2 Unterrichtsstunden durchgenommen werden können.
- Die Lektionen enthalten Lehr- und Bewertungstätigkeiten mit praktisch anwendbarem Charakter, die auf die Entwicklung der zugehörigen spezifischen Kompetenzen ausgerichtet sind.
  - Erstbewertungstests
  - Minitests zum Abschluss der Lektionen
  - Bewertungstests zum Abschluss der Kapitel und am Ende des Lehrbuchs
  - Wiederholungsaufgaben

## Über die Rubriken



### Zur Erinnerung

Konzepte, Kenntnisse, die die Schüler in vorangegangenen Lektionen erworben haben im Hinblick auf deren Einbeziehung in den Erwerb der neuen Inhalte durch Herstellung logischer Zusammenhänge



### Wir wenden an und erkennen Zusammenhänge

Gelöste Anwendungen, einige bedeutende mathematische Ergebnisse, die die Verbindung herstellen zwischen dem Inhalt der Lektion, den vorher erworbenen Kenntnissen und dem Alltag



### Wir lösen und beobachten

Übungen und Aufgaben für die Identifizierung oder Erschließung neuer Elemente aufgrund von Beobachtungen: Eigenschaften, Algorithmen, Beteiligung



### Minitest

Objektive, halbobjektive und subjektive Aufgaben, durch die dem Schüler bewusst wird, in welchem Maß er die Lektion verstanden hat



### Wir entdecken, verstehen und veranschaulichen

Im Lehrplan vorgesehene Inhalte mit aufschlussreichen Beispielen, Erklärungen und Lösungsvorschlägen



### Übungen und Aufgaben

Nach Schwierigkeitsgrad und den durchgenommenen Inhalten gestaffelte Übungen und Aufgaben



### Wörterklärungen

Erklärung neuer oder weniger bekannter Begriffe, die in der Lektion verwendet werden



### Wir merken uns

Für die praktische Anwendung der gelernten Begriffe nützliche mathematische Ergebnisse

**Portfoliothema.** Einzel- oder Gruppenarbeit, in der im Lehrbuch beschriebene Arbeitsschritte befolgt werden



### Allgemeine Kompetenzen:

1. Identifizieren von Daten, Größen und mathematischen Zusammenhängen in ihrem Kontext
2. Verarbeiten von quantitativen, qualitativen und strukturellen mathematischen Daten aus verschiedenen Informationsquellen
3. Anwenden spezifischer Konzepte und Algorithmen in verschiedenen mathematischen Kontexten
4. Ausdrücken von Informationen, Schlussfolgerungen und Lösungsansätzen für eine gegebene Situation in mathematischer Sprache
5. Analyse der mathematischen Merkmale einer bestimmten Situation
6. Mathematische Modellierung einer gegebenen Situation durch Integration von Kenntnissen aus verschiedenen Bereichen

### Spezifische Kompetenzen:

- 1.1 Identifizieren spezifischer Begriffe der Mengenlehre und der Teilbarkeitsbeziehung in  $\mathbb{N}$
- 1.2 Erkennen von Verhältnissen, Verhältnisgleichungen und direkt oder umgekehrt proportionalen Größen
- 1.3 Erkennen der Eigenschaften ganzer Zahlen in verschiedenen Zusammenhängen
- 1.4 Erkennen von äquivalenten Brüchen, unkürzbaren Brüchen und Schreibweisen einer rationalen Zahl
- 1.5 Erkennen von ebenen geometrischen Figuren (Geraden, Winkel, Kreise, Bögen) in vorgegebenen Konfigurationen
- 1.6 Erkennen einiger Elemente der ebenen Geometrie im Zusammenhang mit dem Begriff Dreieck
- 2.1 Hervorheben durch Beispiele der Zugehörigkeits-, Einschluss-, Gleichheitsbeziehungen und Teilbarkeitskriterien durch 2, 5,  $10^n$ , 3 und 9 in  $\mathbb{N}$
- 2.2 Quantitative Verarbeitung und Organisierung von Daten unter Verwendung von Verhältnissen und Verhältnisgleichungen
- 2.3 Verwenden der Operationen mit ganzen Zahlen, um Gleichungen und Ungleichungen zu lösen
- 2.4 Anwenden der Rechenregeln mit rationalen Zahlen zur Lösung von Gleichungen der Art  $x + a = b$ ,  $x \cdot a = b$ ,  $x : a = b$ , ( $a \neq 0$ ),  $a \cdot x + b = c$ , wobei  $a, b, c$  rationale Zahlen sind
- 2.5 Erkennen der Kollinearität von Punkten, der Arten von Winkeln (Scheitelwinkel, anliegende, komplementäre oder supplementäre Winkel) sowie der Tatsache, dass zwei Geraden parallel oder senkrecht zueinander sind
- 2.6 Berechnen von Streckenlängen und Winkelmaßen im Dreieck
- 3.1 Verwenden von geeigneten Methoden zur Darstellung von Mengen und zur Bestimmung des ggT und des kgV
- 3.2 Anwenden von spezifischen Methoden zur Lösung von Aufgaben mit Verhältnissen, Verhältnisgleichungen und direkt/umgekehrt proportionalen Größen
- 3.3 Anwenden der Rechenregeln und Verwendung von Klammern bei Operationen mit ganzen Zahlen
- 3.4 Anwenden der Eigenschaften von Operationen zum Vergleichen und Rechnen mit rationalen Zahlen
- 3.5 Verwenden der Eigenschaften von Abständen, Linien, Winkeln und Kreisen zur Erstellung geometrischer Konstruktionen
- 3.6 Verwenden der Kongruenzkriterien und Eigenschaften besonderer Dreiecke zur Bestimmung der Merkmale einer geometrischen Figur
- 4.1 Konkrete Situationen, die mithilfe von Mengen und Teilbarkeit beschrieben werden, in mathematischer Sprache ausdrücken
- 4.2 Mathematische Formulierung der Beziehungen und Größen in Aufgaben mit Verhältnissen, Verhältnisgleichungen und direkt oder umgekehrt proportionalen Größen
- 4.3 Erarbeiten der Schritte zur Lösung von Gleichungen und Ungleichungen in der Menge der ganzen Zahlen
- 4.4 Erarbeiten von Lösungsschritten für Aufgaben unter Anwendung der Operationen in der Menge der rationalen Zahlen
- 4.5 Elemente der Geometrie der Geraden, des Winkels und des Kreises darstellen oder in spezifisch mathematischer Sprache ausdrücken
- 4.6 Ausdruck von Merkmalen und der wichtigen Linien im Dreieck in symbolischer und bildlicher geometrischer Sprache
- 5.1 Analyse gegebener Situationen im Zusammenhang mit Mengen und Teilbarkeit in  $\mathbb{N}$
- 5.2 Analyse praktischer Situationen im Kontext von Verhältnissen, Verhältnisgleichungen und Datensammlungen
- 5.3 Interpretation von Daten aus Aufgaben, die mithilfe von ganzen Zahlen gelöst werden
- 5.4 Bestimmen wirksamer Methoden für die Durchführung von Rechnungen mit rationalen Zahlen
- 5.5 Analysieren numerischer Datensätze oder geometrischer Darstellungen zur Optimierung von Berechnungen mit Streckenlängen, Entfernungen, Winkel- und Bogenmaßen
- 5.6 Analysieren geometrischer Konstruktionen zur Darstellung der Eigenschaften von Dreiecken
- 6.1 Übersetzen gegebener Situationen in mathematische Sprache unter Verwendung von Mengen, Operationen mit Mengen und Teilbarkeit in  $\mathbb{N}$
- 6.2 Mathematische Modellierung einer gegebenen Situation mit direkt oder umgekehrt proportionalen Verhältnissen, Proportionen und Mengen
- 6.3 Übersetzen einer gegebenen Situation in algebraische Sprache, Lösen der sich daraus ergebenden Gleichung oder Ungleichung und Interpretieren des Ergebnisses
- 6.4 Mathematische Interpretation praktischer Aufgaben unter Verwendung von Operationen mit rationalen Zahlen
- 6.5 Interpretation von Informationen, die in geometrischen Darstellungen enthalten sind, um Streckenlängen, Entfernungen und Maße von Winkeln/Kreisbögen zu bestimmen
- 6.6 Übersetzen einer gegebenen Situation im Zusammenhang mit der Geometrie des Dreiecks in eine spezifische Sprache, Lösen der erhaltenen Aufgabe und Interpretieren des Ergebnisses

### Beobachtungsbogen für das Schülerverhalten

Verhalten	Nie	Manchmal	Oft	Immer
Ich habe Interesse am Lernen gezeigt.				
Ich habe die Anweisungen des Lehrers befolgt.				
Ich habe selbstständig gearbeitet.				
Ich habe um Hilfe gebeten, als ich sie brauchte.				
Wenn ich einen Fehler gemacht habe, wollte ich herausfinden, wie ich ihn korrigieren kann.				
Ich habe die Aktivitäten zu Ende geführt.				
Ich habe meine Meinung gesagt.				
Ich habe bei Gruppenaktivitäten mit anderen zusammengearbeitet.				

Bewerte am Ende jeder Einheit die geleistete Arbeit und wie du dich beim Durcharbeiten der Lektionen gefühlt hast.

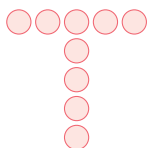
# WIEDERHOLUNG UND ERSTBEWERTUNG

## I. WIEDERHOLUNGSAUFGABEN

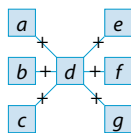
1. Führt die Rechnungen durch:

- a)  $567 - 56 - 5$ ;  
 b)  $22 \cdot 23 + 4040 : 8$ ;  
 c)  $2^5 - 5^2 + 25 \cdot 52$ ;  
 d)  $3^{33} : 3^{29} + 2^5 \cdot 4^0 - 10^5 : 1000$ .

2. Schreibt die Zahlen von 1 bis 9 jeweils einmal in die Kreise ein, so dass die Summe der Zahlen in der Zeile und in der Spalte gleich 23 ist.



3. Ersetzt die Buchstaben  $a, b, c, d, e, f, g$  durch die Zahlen 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, sodass  $a + d + g = b + d + f = c + d + e$ .



4. Zeigt, dass die Zahl  $a = (2^{20} + 2^{22} + 2^{24}) \cdot 21$  eine Quadratzahl ist.

5. Beweist, dass die Zahl  $b = (3^9 - 3^8 - 3^7) : 15$  eine Kubikzahl ist.

6. Vergleicht die Zahlen  $n$  und  $m$ , wenn:

- a)  $n = 2^{44}$  und  $m = 8^{15}$ ;      b)  $n = 20^{18}$  und  $m = 50^{15}$ .

7. Schreibt auf:

- a) die Teiler der Zahl 12;  
 b) die Vielfachen der Zahl 23, größer als 35 und kleiner als  $3^5$ .

8. Es ist bekannt, dass  $u$  die letzte Ziffer der Zahl  $2^{22}$ ,  $v$  die letzte Ziffer der Zahl  $3^{33}$  und  $w$  die letzte Ziffer der Zahl  $5^{55}$  ist. Bestimmt, ob die Zahl  $u + v + w$  eine Primzahl oder eine zusammengesetzte Zahl ist.

9. Zeigt, dass für jedwelches  $n \in \mathbb{N}^*$  die Zahl  $a = 3^n \cdot 5^{n+1} + 5^{n+2} \cdot 3^{n+3}$  durch 34 teilbar ist.

10. Liviu hat genauso viele Brüder wie Schwestern, und jede Schwester hat doppelt so viele Brüder wie Schwestern. Bestimmt:

- a) die Anzahl der Kinder in Livius Familie.  
 b) die Anzahl der Brüder und die Anzahl der Schwestern von Liviu.

11. In einer Schachtel sind Karten in drei Farben: 13 blaue, 21 gelbe und 19 grüne.

- a) Bestimmt die Mindestanzahl von Karten, die wir zufällig aus der Schachtel nehmen müssen,

um sicherzustellen, dass wir Karten jeder Farbe haben.

- b) Findet heraus, wie viele Karten wir mindestens zufällig aus der Schachtel nehmen müssen, um sicherzustellen, dass wir mindestens drei blaue Karten haben.

12. a) Schreibt als Dezimalbrüche:

$$\frac{3}{5}, \frac{77}{100}, \frac{2}{3}, \frac{17}{15}, \frac{1234}{45}$$

- b) Wandelt in gemeine Brüche um:  
 1,4; 2,5; 1,(2); 2,3(4).

13. Ordnet die Zahlen in fallender Reihenfolge:

$$2,(501); 2,5(501); 2,50(1); \frac{1251}{500}$$

14. Führt die Rechnungen durch:

a)  $\frac{7}{4} + \frac{5}{2} : 2$ ;      c)  $0,1 + 0,2^2 + 0,3^3$ ;

b)  $4\frac{1}{2} - \frac{33}{25} : \frac{3}{10}$ ;      d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{9}\right)^2$ .

15. Führt die Rechnungen durch und gebt an, ob

$$a = \frac{1}{3} + 6,(6)$$

eine natürliche Zahl ist.

16. Ein Autofahrer hat zwei Fünftel der 535 km langen Strecke zurückgelegt. Findet heraus, wie viele km er noch fahren muss.

17. Das arithmetische Mittel zweier Zahlen ist 9,25.

- a) Bestimmt die Summe der beiden Zahlen.  
 b) Wenn eine der Zahlen 7,5 ist, bestimmt die andere Zahl.

18. Anna legt die aus dem Garten gepflückten Äpfel in Körbe, 10 Äpfel in jeden Korb. Es bleiben ihr 21 Äpfel übrig. Wenn die Anzahl der Äpfel, die Anna gepflückt hat, zwischen 92 und 110 liegt, bestimmt die Anzahl der Äpfel, die Anna gepflückt hat, und die Anzahl der Körbe, die sie hat.

19. 4320 kg Zucker werden in 750-g-Tüten verpackt, und die Tüten werden in Schachteln verpackt, wobei jede Schachtel 24 Tüten enthält. Bestimmt die Anzahl der Tüten und die Anzahl der Schachteln, die zum Verpacken des Zuckers verwendet werden.

20. In einem Geschäft werden 15 Mützen zum Verkauf angeboten: rote, blaue, grüne und gelbe. Es ist bekannt, dass:
- a) es wenigstens zwei grüne Mützen gibt, aber weniger als von jeder anderen Farbe;
  - b) die meisten Mützen rot sind;
  - c) es mehr gelbe als blaue Mützen gibt.
- Raul kauft alle grünen Mützen. Findet heraus, wie viele Mützen übrig bleiben und welche Farben sie haben.



21. Gabriel hat 55 Lei. Nachdem er seiner Schwester Simona 9,5 Lei gibt, erhält er von seiner Mutter weitere 10 Lei. Mit dem Geld, das er jetzt hat, kauft Gabriel 4 Bleistifte zu je 1,2 Lei und einen Füller, der 24,5 Lei kostet. Berechnet, wie viel Geld Gabriel übrig bleibt.

22. Bogdan und Grig wollen Kameras kaufen. Bogdan wählt eine Kamera, die 540 Lei kostet, und Grig eine, die 1,2-mal so viel kostet. Sie erhalten folgendes Angebot: Wenn sie zwei Kameras kaufen, verkauft das Geschäft das Produkt für  $\frac{7}{10}$  des angezeigten Preises. Bestimmt den Geldbetrag, der für die beiden Kameras im Angebot bezahlt wird.

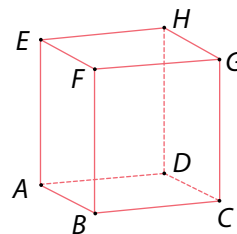
23. Tudor liest ein Buch, jeden Tag die gleiche Anzahl von Seiten. Nach vier Tagen hat Tudor 144 Seiten gelesen. Berechnet die Anzahl der Seiten, die er noch lesen muss, wenn man weiß, dass er die Lektüre in sieben Tagen beendet.

24. Schreibt ab und füllt die Lücken so aus, dass die Aussagen wahr sind:
- a)  $3,53 \text{ km} = \dots \text{ dam}$ ;
  - b)  $800 \text{ m} = \dots \text{ km}$ ;
  - c)  $12\,000 \text{ m}^2 = \dots \text{ hm}^2 = \dots \text{ ha}$ ;
  - d)  $0,014 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$ ;
  - e)  $7000 \text{ m}^3 = \dots \text{ dam}^3$ ;
  - f)  $3,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$ .

25. Überträgt die Rechnungen in eure Hefte, berechnet und ergänzt, sodass die Aussagen wahr sind:
- a)  $1 \text{ km} + 2 \text{ hm} + 3 \text{ dam} = \dots \text{ m}$ ;
  - b)  $3 \text{ km} - 4,4 \text{ hm} - 33,3 \text{ dam} = \dots \text{ cm}$ ;
  - c)  $5 \text{ ha} + 5 \text{ a} + 5 \text{ m}^2 = \dots \text{ m}^2$ ;
  - d)  $30 \text{ m}^2 + 3,303 \text{ dam}^2 + 33\,000 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$ .

26. Zeichnet mithilfe der geometrischen Instrumente:
- a) den Strahl  $OA$  mit dem Ursprung  $O$ ;
  - b) die Strecke  $AB$  mit der Länge von 7,5 cm;
  - c) den rechten Winkel  $ABC$  und den gestreckten Winkel  $DEF$ ;
  - d) die verschiedenen Punkte  $A$  und  $B$  in einem Abstand von 6 cm voneinander und  $M$ , die Mitte der Strecke  $AB$ ;
  - e) die verschiedenen Punkte  $C$  und  $D$  und den Punkt  $S$ , den symmetrischen Punkt von  $C$  in Bezug auf  $D$ .

27. In der nebenstehenden Abbildung ist der Würfel  $ABCDEFGH$  dargestellt. Nennt:



- a) zwei parallele Geraden;
- b) drei sich schneidende Geraden.

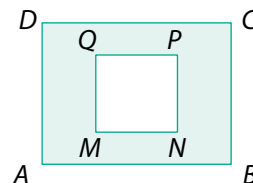
28. Führt die Rechnungen mit Winkelmaßen durch:

- a)  $12^\circ 34' + 43^\circ 26'$ ;
- b)  $75^\circ 40' + 34^\circ 32' - 100^\circ 12'$ ;
- c)  $12 \cdot (5^\circ 4')$ ;
- d)  $(25^\circ 48') : 4$ .

29. Berechnet den Umfang und den Flächeninhalt eines Rechtecks, dessen Länge 21,6 cm ist, und dessen Breite ein Drittel der Länge beträgt.

30. In ein Aquarium werden 144 Liter Wasser gegossen.
- a) Findet heraus, wie hoch das Wasser steht, wenn das Aquarium die Form eines Quaders mit den Dimensionen  $L = 96 \text{ cm}$ ,  $l = 50 \text{ cm}$  und  $h = 40 \text{ cm}$  hat.
  - b) Gebt den Füllstand des Aquariums in Prozenten an.

31. Die Abbildung zeigt einen rechteckigen Park  $ABCD$  mit  $AB = 85 \text{ m}$ ,  $BC = 44 \text{ m}$ . Das Quadrat  $MNPQ$  stellt das umlaufende Geländer dar, das den Eislaufplatz umgibt. Wenn das umlaufende Geländer 132 m lang ist und die Fläche um den Eislaufplatz mit Gras bedeckt ist, berechnet:



- a) die Länge des Teils  $MN$  des Zauns.
- b) die mit Gras bedeckte Fläche.

## II ERSTBEWERTUNGSTESTS

### TEST 1

I. *Wählt den Buchstaben, der die richtige Antwort angibt, aus. Nur eine Antwort stimmt.*

- 5 Pkte. 1. Das Ergebnis der Rechnung  $1 + 3^0 + 595 : 17$  ist:  
A. 35;                      B. 36;                      C. 37;                      D. 38.
- 5 Pkte. 2. Die Summe der Zahlen, die durch 5 geteilt den Quotienten 4 ergeben, ist:  
A. 100;                      B. 110;                      C. 120;                      D. 200.
- 5 Pkte. 3. Als Dezimalbruch geschrieben ist die Zahl  $\frac{65}{4}$ :  
A. 16,25;                      B. 12,25;                      C. 15,26;                      D. 16,15.
- 5 Pkte. 4. Von den Zahlen  $\overline{aaa0}$ ,  $\overline{bbb1}$ ,  $\overline{ccc2}$ , 1234 ist durch 3 teilbar:  
A.  $\overline{aaa0}$ ;                      B.  $\overline{bbb1}$ ;                      C.  $\overline{ccc2}$ ;                      D. 1234.
- 5 Pkte. 5. Simi hat in Geografie folgende Noten: 8, 10, 9, 8. Die Mittelnote ist:  
A. 8;                      B. 8,50;                      C. 8,75;                      D. 9.
- 5 Pkte. 6. Ein Quadrat mit dem Umfang von 0,16 km hat eine Seitenlänge von:  
A. 16 m;                      B. 4 m;                      C. 40 m;                      D. 400 m.

II. *Schreibt die vollständigen Lösungen auf.*

- 20 Pkte. 1. Man betrachte die Zahl  $a = 2^4 + 3^8 : 3^5 - (2^7 \cdot 3^9) : (2^5 \cdot 3^8)$ .  
a) Berechnet die Zahl  $a$ .  
b) Schreibt die Teiler der Zahl  $a$  auf und berechnet deren Summe.
- 20 Pkte. 2. Ein Auto legt 720 Meter in einer Minute zurück. Berechnet die Strecke, die das Auto in 0,75 Stunden zurücklegt, wenn die Geschwindigkeit konstant bleibt. Gebt das Ergebnis in Kilometern an.
- 20 Pkte. 3. Zeichnet mit dem Lineal die Strecke  $AB$  mit der Länge von 18 cm. Auf der Strecke  $AB$  werden die Punkte  $C$  und  $D$  so dargestellt, dass  $AC = \frac{2}{9}$  der Länge der Strecke  $AB$  ist und  $D$  die Mitte der Strecke  $BC$ . Berechnet die Längen der Strecken  $AC$ ,  $BC$ ,  $BD$ ,  $AD$ .

**Bemerkung:** Arbeitszeit: 50 Minuten  
10 Punkte von Amts wegen

### TEST 2

I. *Wählt den Buchstaben aus, der die richtige Antwort angibt. Nur eine Antwort stimmt.*

- 5 Pkte. 1. Das Ergebnis der Rechnung  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{6}$  ist:  
A.  $\frac{1}{5}$ ;                      B.  $\frac{2}{5}$ ;                      C.  $\frac{3}{5}$ ;                      D.  $\frac{4}{5}$ .
- 5 Pkte. 2. Wenn  $2^x - 2^4 = 48$ , dann ist  $x$ :  
A. 8;                      B. 7;                      C. 6;                      D. 5.
- 5 Pkte. 3. Wenn die Zahl  $\overline{3aa3}$  durch 9 teilbar ist, dann ist  $a$ :  
A. 0;                      B. 1;                      C. 6;                      D. 3.

- 5 Pkte. 4. Dani hat 11 Geldscheine, einige zu 10 Lei, einige zu 5 Lei. Wenn bekannt ist, dass er insgesamt 95 Lei hat, ist die Anzahl der 5-Lei-Scheine:  
**A.** 3;                      **B.** 5;                      **C.** 1;                      **D.** 9.
- 5 Pkte. 5. Der Flächeninhalt des Rechtecks mit dem Umfang 24 dm und mit der Länge, die um 2 dm größer als die Breite ist, beträgt:  
**A.** 28 dm<sup>2</sup>;                      **B.** 24 dm<sup>2</sup>;                      **C.** 26 dm<sup>2</sup>;                      **D.** 35 dm<sup>2</sup>.
- 5 Pkte. 6. Annas Briefmarkensammlung ist in zwei Ordnern organisiert, die jeweils 400 Briefmarken enthalten. Die Anzahl der Briefmarken in Annas Sammlung beträgt  $\frac{8}{9}$  der Anzahl der Briefmarken ihrer Freundin Sonja. Die beiden Mädchen haben zusammen:  
**A.** 1700 Briefmarken;      **B.** 1600 Briefmarken;      **C.** 1800 Briefmarken;      **D.** 2000 Briefmarken.

**II.** *Schreibt die vollständigen Lösungen auf.*

- 10 Pkte. 1. a) Berechnet die Summe der kleinsten dreistelligen natürlichen Zahl, die ein Vielfaches von 25 ist, und der größten dreistelligen natürlichen Zahl, die eine Quadratzahl ist.
- 10 Pkte. b) Berechnet die Differenz zwischen der größten vierstelligen natürlichen Zahl, die eine Potenz von 2 ist, und der kleinsten dreistelligen Primzahl.
- 20 Pkte. 2. Sara verlässt das Haus, um ins Kino zu gehen. Nachdem sie 120 m gegangen ist, stellt sie fest, dass sie ihre Eintrittskarte vergessen hat. Sie kehrt um, holt ihre Eintrittskarte und geht zurück zum Kino, wobei sie insgesamt 2 km zurücklegt. Bestimmt die Entfernung zwischen Saras Haus und dem Kino.
- 20 Pkte. 3. Wenn man drei Quadrate mit gleich langen Seitenlängen nebeneinanderlegt, entsteht ein Rechteck mit dem Flächeninhalt von 300 cm<sup>2</sup>. Berechnet die Dimensionen und den Umfang des Rechtecks.



**Bemerkung:** Arbeitszeit: 50 Minuten  
 10 Punkte von Amts wegen

**1. Geometrie lernen mit GeoGebra**

**A.** Wenn ihr an den vorgeschlagenen Projekten teilnehmt, verbessert ihr eure Computerkenntnisse und lernt:

- geometrische Konfigurationen genau darstellen;
- Intuitiv Eigenschaften geometrischer Figuren beweisen;
- Maße von Winkeln, Streckenlängen, Abständen und Flächen berechnen;
- Animationen mit geometrischen Grundelementen erstellen;
- den Begleittext zu einer geometrischen Figur oder einer Animation anzeigen.



**PROJEKTE**

**2. Organisieren von Daten mit Microsoft Excel oder Microsoft Word**

- eine Häufigkeitstabelle erstellen und sie für die Darstellung in ansprechenden Formen aufbereiten;
- Diagramme im Zusammenhang mit einem Datensatz erstellen;
- den Mittelwert einer Reihe von numerischen Daten berechnen;
- einen Datensatz ordnen;
- Daten in den konstruierten Datensatz einfügen und daraus entfernen;
- eine Excel- oder Word-Datei bearbeiten und speichern.

**B. „HERAUSFORDERUNGEN“**

Jede „Herausforderung“ ist eigentlich eine Aufforderung, eine Konfiguration mit GeoGebra oder eine Datentabelle und ein entsprechendes Diagramm mit Microsoft Excel oder Microsoft Word zu erstellen.

Die Aufforderung wird durch ein Video gestartet, in dem die Aufgabe und die Arbeitsweise erklärt werden. Das Video kann im digitalen Lehrbuch (in rumänischer Sprache) angesehen werden.

# 1. MENGEN. DIE MENGE DER NATÜRLICHEN ZAHLEN

## 1.1 Mengen. Beziehungen zwischen Mengen

### L1 Mengen. Die Menge der natürlichen Zahlen



#### Wir lösen und beobachten

In der nebenstehenden Abbildung sehen wir: mehrere Schüler in einem Klassenzimmer, Tische, Karten, eine Wanduhr, ein Bücherregal, Schreibgeräte, Bücher, Hefte und andere Gegenstände.

Wenn wir uns nur auf eine Kategorie von klar definierten, eindeutigen Objekten beziehen wollen, die durch eine *gemeinsame Eigenschaft* gekennzeichnet sind, sprechen wir über:



- die Menge der Schüler in der Klasse, wobei jeder Schüler ein *Element* der Menge darstellt;
- die Menge der Bänke im Klassenzimmer, wobei jede Bank ein *Element* der Menge ist;
- die Menge der Bücher im Klassenzimmer, die Menge der Bücher im Bücherregal, die Menge der Bücher auf den Tischen;
- die Menge der Karten im Klassenzimmer usw.



#### Wir entdecken, verstehen und veranschaulichen

Betrachten wir die Aussage: „Die geraden Ziffern sind: 0, 2, 4, 6, 8.“

Die aufgezählten Elemente sind *wohlbestimmt* und *eindeutig*. Sie bilden *die Menge* der geraden Ziffern. Jede gerade Ziffer ist ein *Element* der angegebenen Menge. Die Elemente der Menge werden zwischen geschweiften Klammern  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$  aufgezählt.

Die Menge ist eine „Sammlung“ von Objekten, die *wohlbestimmt* und *eindeutig* sind und *Elemente* der Menge genannt werden.

Die Mengen werden mit Großbuchstaben bezeichnet:  $A, B, C, \dots, X, Y, Z$ .

Die Elemente der Menge werden mit Kleinbuchstaben bezeichnet:  $a, b, c, \dots, x, y, z$ .

Wenn  $A$  eine Menge ist und  $x$  ein Element davon ist, sagen wir, dass  $x$  zu der Menge  $A$  gehört (zugehörig ist) und schreiben  $x \in A$ .

Wenn  $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ , dann:  
 $0 \in A, 2 \in A, 4 \in A, 6 \in A$  und  $8 \in A$ .

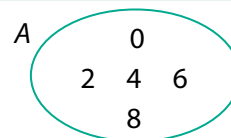
Wenn  $A$  eine Menge ist und  $x$  kein Element davon ist, sagen wir, dass  $x$  nicht zu der Menge  $A$  gehört (nicht zugehörig ist) und schreiben  $x \notin A$ .

Wenn  $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ , dann:  
 $1 \notin A, 3 \notin A, 5 \notin A, 9 \notin A$ .

Die Mengen können auf eine der folgenden Arten dargestellt werden:

1. durch *Aufzählung der Elemente* in einer geschweiften Klammer:  $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ;

2. indem man die Elemente in eine geschlossene krumme Linie, ein sogenanntes *Venn-Euler-Diagramm*, schreibt:



3. durch Angabe einer *gemeinsamen Eigenschaft*, die für alle Elemente gilt:

$A = \{x \mid x \text{ gerade Ziffer}\}$   
 Wir lesen: „die Menge der Elemente  $x$  mit der Eigenschaft, dass  $x$  eine gerade Ziffer ist“.

*Bemerkung:* In der 6. Klasse werden wir nur die ersten beiden Möglichkeiten verwenden, eine Menge zu schreiben: durch Aufzählung der Elemente oder mithilfe der Venn-Euler-Diagramme.

Die Menge aller natürlichen Zahlen heißt <i>Menge der natürlichen Zahlen</i> und wird mit $\mathbb{N}$ bezeichnet.	Wir schreiben $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots\}$ .
Die Menge der natürlichen Zahlen, die verschieden sind von 0, wird als <i>Menge der von null verschiedenen natürlichen Zahlen</i> bezeichnet.	Wir schreiben $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots\}$ .
Eine Menge heißt <i>numerische Menge (Zahlenmenge)</i> , wenn alle ihre Elemente Zahlen sind.	Die Menge $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ist eine <i>numerische Menge</i> . Die Mengen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{N}^*$ sind <i>numerische Mengen</i> .
Eine Menge heißt <i>nicht-numerische Menge</i> , wenn sie mindestens ein Element enthält, das keine Zahl ist.	Die Mengen $B = \{M, a, t, h, e\}$ , $C = \{a, 1, 2\}$ , $M = \{\blacklozenge, \bullet, *\}$ sind <i>nicht-numerische Mengen</i> .

Eine Menge kann *keine Elemente* haben, sie kann eine *endliche Anzahl* von Elementen haben, oder sie kann eine *unendliche Anzahl* von Elementen haben.

Eine Menge, die keine Elemente hat, wird <i>leere Menge</i> genannt und mit $\emptyset$ bezeichnet.	Die Menge der Konsonanten in dem Wort „Ei“ ist die leere Menge.
Eine Menge, die eine bestimmte (endliche) Anzahl von Elementen hat, wird <i>endliche Menge</i> genannt. Die Anzahl der Elemente einer endlichen Menge $M$ wird <i>Kardinalzahl</i> dieser Menge genannt und mit $\text{card } M$ bezeichnet.	Die leere Menge ist eine endliche Menge, ihre Kardinalzahl ist 0, und wir schreiben $\text{card } \emptyset = 0$ . Die Menge $M = \{1, 4, 7, 9\}$ ist eine endliche Menge, ihre <i>Kardinalzahl</i> ist 4, und wir schreiben $\text{card } M = 4$ .
Eine Menge, deren Anzahl der Elemente nicht genau bestimmt werden kann, wird <i>unendliche Menge</i> genannt.	Die Mengen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{N}^*$ sind unendliche Mengen. In der Geometrie bestehen die Gerade, die Halbgerade (der Strahl), die Strecke aus einer <i>unendlichen Anzahl</i> von Punkten, d. h. aus <i>unendlich</i> vielen Punkten. Schlussfolgernd sind die Gerade, die Halbgerade, die Strecke <i>unendliche Mengen</i> von Punkten.

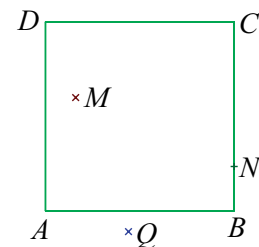


### Wir wenden an und erkennen Zusammenhänge

#### Anwendung 1

In der Abbildung ist  $ABCD$  ein Quadrat, der Punkt  $M$  liegt innerhalb des Quadrats, der Punkt  $N$  liegt auf der Seite  $BC$  und der Punkt  $Q$  liegt außerhalb des Quadrats.

- a) Schreibt die Menge  $V$  der Eckpunkte des Quadrats, die Menge  $L$  der Seiten des Quadrats und die Menge  $P$  der abgebildeten Punkte, die nicht zum Quadrat gehören, auf.
- b) Bestimmt für jeden der Punkte  $A, B, C, D, M, N, Q$ , ob sie zum Quadrat  $ABCD$  gehören. Schreibt das Ergebnis in jedem Fall mithilfe eines der Symbole,  $\in$  oder  $\notin$ , auf.



**Lösung:** a)  $V = \{A, B, C, D\}$ ;  $L = \{AB, BC, CD, DA\}$ ;  $P = \{M, Q\}$ . b)  $A \in ABCD$ ;  $B \in ABCD$ ;  $C \in ABCD$ ;  $D \in ABCD$ ;  $N \in ABCD$ ;  $M \notin ABCD$ ;  $Q \notin ABCD$ .

#### Ein wenig Sprachlehre

Die Kardinalzahl drückt eine natürliche Zahl ohne Bezug auf Objekte oder die Reihenfolge der Objekte aus. Die Ordnungszahl drückt den Ort oder die numerische Reihenfolge von Objekten in einer Folge aus.

## Anwendung 2

Zweiundneunzig Schüler unserer Schule nahmen an einer Freiwilligen-tätigkeit teil. Zwei von ihnen koordinierten die Aktivität und die anderen neunzig wurden in neun Gruppen mit der gleichen Anzahl von Schülern aufgeteilt. Die erste, die zweite und die dritte Gruppe bestanden aus Fünftklässlern (5. Klasse), die nächsten drei Gruppen bestanden nur aus Sechstklässlern (6. Klasse) und die restlichen Gruppen nur aus Siebtklässlern (7. Klasse).



- I. a) Schreibt die Menge  $C$  der im Text vorkommenden *Kardinalzahlen* auf.
- b) Schreibt die Menge  $O$  der im Text vorkommenden *Ordinalzahlen* auf.
- c) Schreibt die Menge  $G$  der Gruppen auf, zu denen Claudiu gehören könnte, wenn man weiß, dass er ein Siebtklässler ist.

### Lösung

- I. a)  $C = \{\text{zweiundneunzig, zwei, neunzig, neun, drei}\}$ .
- b)  $O = \{\text{die erste, die zweite, die dritte, die fünfte, die sechste, die siebte}\}$ .
- c) In der siebten Klasse sind die Schüler der letzten drei Gruppen.  $G = \{\text{siebte Gruppe, achte Gruppe, neunte Gruppe}\}$ .

II. Wir bezeichnen mit  $A$  die Menge der an der Aktivität teilnehmenden Schüler, mit  $B$  die Menge der die Aktivität koordinierenden Schüler, mit  $D$  die Menge der in Gruppen organisierten Schüler, mit  $E$  die Menge der Gruppen und mit  $F$  die Menge der Gruppen von Siebtklässlern. Stellt mithilfe der Venn-Euler-Diagramme die Menge  $M = \{\text{card } A, \text{card } B, \text{card } D, \text{card } E, \text{card } F\}$  und die Menge  $C$  dar. Stellt mithilfe von Pfeilen die Entsprechung zwischen den Elementen der beiden Mengen her.

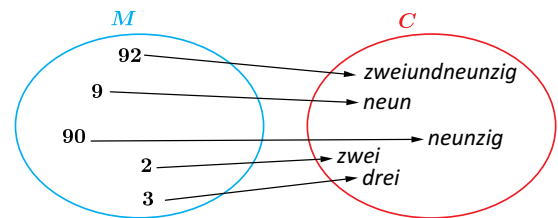
### Lösung

Aus dem Text folgt:

$\text{card } A = 92$ ;  $\text{card } B = 2$ ;  $\text{card } D = 90$ ;

$\text{card } E = 9$ ;  $\text{card } F = 3$ .

Dann ist  $M = \{2, 3, 9, 90, 92\}$ . Jedes Element in der Menge  $C$  stellt die Kardinalzahl einer der Mengen  $A, B, D, E, F$  dar.



## Übungen und Aufgaben

1. Betrachten wir die Wörter: Zahl; Schule; Mathematik.
  - a) Schreibt, durch Aufzählen, die Menge der Buchstaben auf, aus denen die gegebenen Wörter gebildet sind.
  - b) Überträgt die Tabelle in eure Hefte und füllt sie nach dem vorgegebenen Muster aus.

Das Wort	Zahl	Schule	Mathematik
Anzahl der Buchstaben des Wortes	4		
Die Menge der Buchstaben des Wortes	{Z, a, h, l}		
Die Kardinalzahl der Menge der Buchstaben des Wortes	4		

2. Betrachten wir die Zahlen: 2022; 321321; 11001100.
  - a) Schreibt, indem ihr die Elemente aufzählt, die Anzahl der Ziffern auf, aus denen die gegebenen Zahlen bestehen.
  - b) Überträgt die Tabelle in eure Hefte und füllt sie nach dem vorgegebenen Muster aus.

Zahl	2022	321 321	11 001 100
Anzahl der Ziffern der Zahl	4		
Die Menge der Ziffern der Zahl	{0, 2}		
Die Kardinalzahl der Menge der Ziffern der Zahl	2		